

Suites numériques

Vous allez apprendre à...

- ✓ Générer des suites à l'aide d'un tableur.
- ✓ Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique par le calcul ou à l'aide d'un tableur.
- ✓ Reconnaître graphiquement une suite arithmétique.
- ✓ Réaliser une représentation graphique d'une suite (u_n) arithmétique ou géométrique.

INVESTIGATION La géothermie

Monsieur Montarou, maire d'une ville de 25 000 habitants, est un défenseur de l'énergie renouvelable. Pour montrer l'exemple à ses concitoyens, il a opté pour un chauffage géothermique dans sa résidence d'un volume de 540 m^3 . Sur le site internet de l'entreprise FORA-GEO, il étudie les tarifs de l'entreprise.

Quelle somme minimale doit posséder monsieur Montarou avant d'engager les travaux avec cette entreprise ?

1. Installation géothermique

Volume à chauffer (m^3)	Profondeur du forage (m)
< 300	50
$[300 ; 500[$	80
$[500 ; 700[$	100
$[700 ; 900[$	160

3. Tableau d'estimation de la profondeur du forage

La géothermie est une énergie renouvelable qui consiste à extraire et à exploiter la chaleur du sol. La profondeur du forage est déterminée en fonction du terrain à forer et du volume à chauffer.

2. La géothermie

Profondeur du forage (m)	Tarif (€)
50	3 700
51	3 825
52	3 952
53	4 081

Chaque mètre supplémentaire coûte 2 € de plus que le précédent.

4. Tarifs appliqués

1. Tri des informations

Sélectionner les informations utiles à la résolution de la situation – Formuler des hypothèses :

.....

.....

2. Protocole de résolution

Prévoir les calculs nécessaires à la résolution de la situation – Élaborer un modèle :

.....

.....

.....

3. Calculs et rédaction de la solution

Noter les calculs puis exprimer par une phrase la solution envisagée :

.....

.....

.....

1. Reconnaître une suite arithmétique

Activité 1 : Nombre de forages

Les dirigeants de l'entreprise FORA-GEO souhaitent connaître le nombre de forages à effectuer pour les années à venir.

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de forages par an des cinq dernières années.

Rang de l'année	1	2	3	4	5
Nombre de forages	23	32	41	50	59

1. Soit la suite de nombres : (23 ; 32 ; 41 ; 50 ; 59). Comment passe-t-on d'un nombre au suivant ?

1. On appelle $u_1 = 23$, le premier terme de la suite de nombres, u_2 le deuxième terme et ainsi de suite. Compléter le tableau suivant en s'inspirant de la première ligne.

Terme précédent	Terme	Terme suivant
u_1	u_2	u_3
.....	u_3
.....	u_n

2. On appelle la raison d'une suite arithmétique, la différence entre un terme et son précédent ($u_n - u_{n-1} = r$). Compléter les opérations suivantes.

$u_2 - u_1 = \dots\dots\dots$ $u_3 - u_2 = \dots\dots\dots$ $u_4 - u_3 = \dots\dots\dots$ $u_5 - u_4 = \dots\dots\dots$

4. Choisir la bonne formule permettant d'exprimer u_n en fonction de u_{n-1} .

- $u_n = u_{n-1} - 9$ $u_n = u_{n-1} + 9$ $u_n = 9 \times u_{n-1}$

5. En supposant que la progression reste la même, déterminer u_6 et u_7 .

.....

6. a. Ouvrir la feuille de calcul d'un tableur et recopier le tableau ci-contre.

	A	B
1	Rang de l'année	Nombre de forages
2	1	23
3	2	32
4	3	41

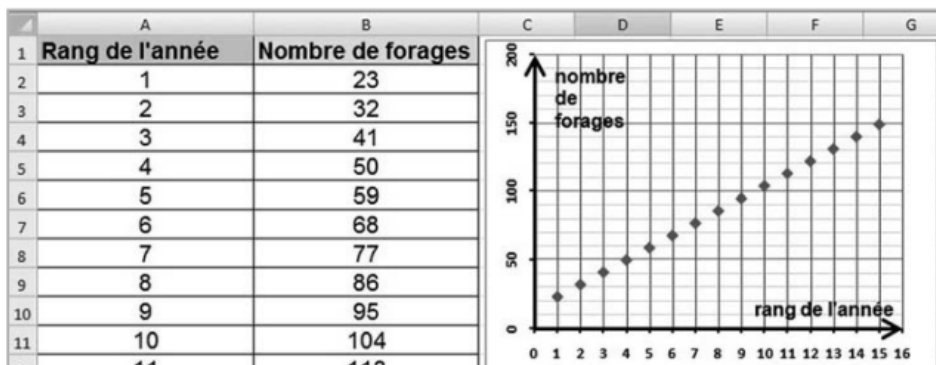
b. Choisir la formule à saisir dans la cellule B3.

- =B2+9 =B3 +9 =B2*9

c. Recopier cette formule jusqu'à B16.

d. Représenter cette suite à l'aide de l'assistant graphique.

! Sélectionner les cellules de A2 à B16.
Choisir le graphique en « Nuage de points ».

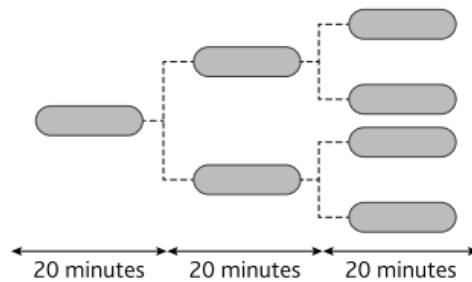


➔ La différence entre deux termes consécutifs d'une suite arithmétique est constante.

2. Reconnaître une suite géométrique

Activité 2 : croissance bactérienne

Lors d'un stage de formation organisé par la mairie pour le personnel de restauration collective, Sophie apprend que les salmonelles sont des bactéries qui se multiplient très vite. Lorsque les conditions sont favorables, le nombre de bactéries peut se multiplier par deux toutes les 20 minutes. On note $u_1 = 1$ le nombre initial de bactéries, u_2 le nombre de bactéries au bout de 20 minutes, u_3 le nombre de bactéries au bout de 40 minutes et ainsi de suite.



1. Compléter le tableau suivant.

Temps (min)	0	20	40	60
Nombre de bactéries	$u_1 = 1$	$u_2 = 2$	$u_3 = \dots$	$u_4 = \dots$

! Si q est une valeur constante, alors les termes $u_1; u_2; \dots; u_n$ forment une suite géométrique. q est alors la raison de la suite.

2. Calculer les rapports suivants : $\frac{u_2}{u_1} = \dots$ $\frac{u_3}{u_2} = \dots$ $\frac{u_4}{u_3} = \dots$

Que constate-t-on pour les valeurs obtenues ?

3. On note $q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$. Donner la valeur q , raison de la suite de nombres $(u_1; u_2; \dots; u_n)$.

.....

4. Déterminer le nombre de bactéries au bout de 2 heures.

.....

5. Parmi ces quatre relations, quelle est celle qui correspond à la suite étudiée ?

$u_{n+1} = u_n + 2$ $u_{n+1} = 2 \times u_n$ $u_{n+1} = u_n - 2$ $u_{n+1} = (u_n)^2$

6. Le nombre de bactéries au bout de 4 heures est $u_{13} = 4\,096$. A l'aide d'une calculatrice, déterminer u_{12} ; u_{14} ; u_{15}

.....

7. On a représenté graphiquement les quatre premiers termes de la suite géométrique dans le repère orthogonal ci-contre.

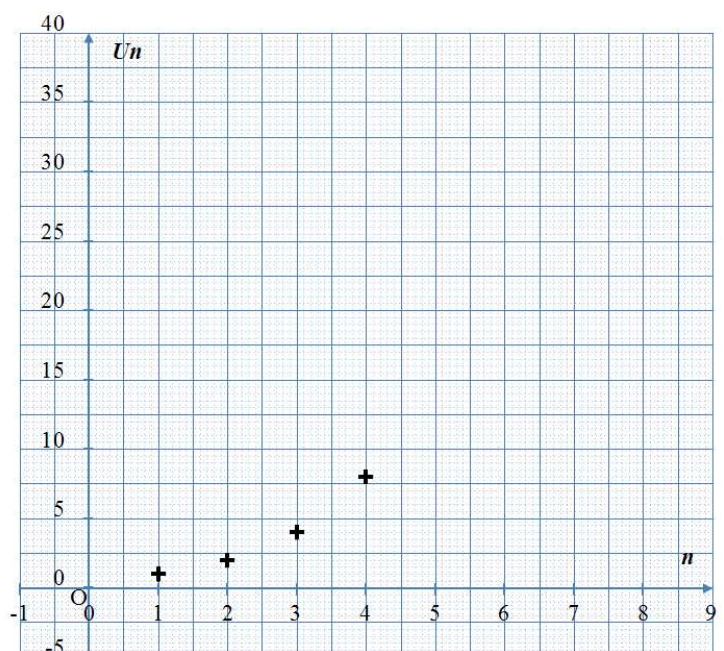
- Placer les points représentant les termes u_5 et u_6 .
- Les points représentant la suite sont-ils alignés ?

.....

c. Quel est le sens de variation de la suite ?

.....

A retenir : le rapport de deux termes consécutifs d'une suite géométrique est constant : $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$
 q est la raison de la suite.



3. Comparer deux types de suites

Activité 3 : Croissance démographique

Dans le cadre de l'élaboration du Plan Local d'Urbanisme (PLU), le conseil municipal dirigé par Monsieur Jeanroy s'intéresse à l'évolution de la population de sa ville. Actuellement, la population de la ville est estimée à 25 000 habitants. L'année dernière, la population était de 24 200 habitants. Le conseil municipal se demande comment prévoir le nombre d'habitants pour les années à venir.



A. Première hypothèse de croissance : augmentation constante

La population va augmenter de 800 habitants par an. On note u_n la population dans n années.

1. Déterminer :

a. la population de la ville dans un an, $u_1 =$

b. la population de la ville dans deux ans, $u_2 =$

2. Quelle est la nature et la raison de la suite (u_n) ?

3. Programmer un tableur pour déterminer la population des quinze prochaines années.

Pour cela, sur une feuille de calcul saisir :

– colonne A, les nombres de 1 à 15 ;

– colonne B, la population de chaque année.

! *Programmation des cellules :*
 B1 : 25 800 ; B2 : = B1 + 800 ;
 recopier jusqu'à B15 .

B. Deuxième hypothèse de croissance : augmentation en pourcentage constant

1. Montrer que la population de la ville a augmenté de 3,3 % depuis l'année dernière.

.....

2. On note v_n la population dans n années. En considérant que le pourcentage d'augmentation est de 3,3 % chaque année. Déterminer :

a. La population de la ville dans un an, $v_1 =$

b. La population de la ville dans un an, $v_2 =$

3. Quelle est la nature et la raison de la suite (v_n) ?

.....

! *Programmation des cellules :*
 C1 : 25 825 ;
 C2 : = C1 * 1,033 ;
 recopier jusqu'à C15 .

4. Programmer le tableur pour déterminer la population des quinze prochaines années.

Pour cela, sur la feuille de calcul précédente, saisir :

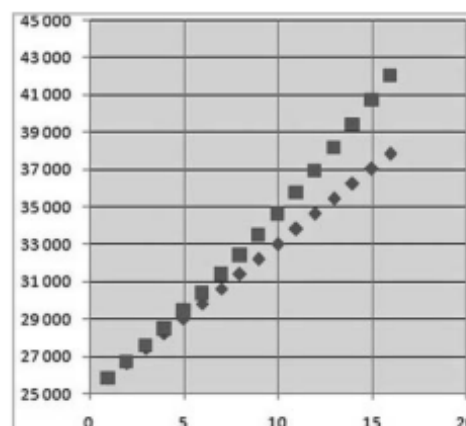
– colonne C, la population de chaque année.

C. Comparaison des deux modèles

1. Afficher la représentation graphique des termes des suites (u_n) et (v_n) en fonction du rang n .

2. Laquelle des deux représentations graphiques est une droite ?

.....



A retenir : Les points caractérisant une suite arithmétique